

Kurzfassung

Der Gewichtungsoptimizer und die Efficient Frontier liefern *Punktschätzer*: ein optimales Gewicht je Asset, eine einzelne Frontier-Kurve. Beide werden aus **genau einem** realen Kursverlauf geschätzt und täuschen damit eine Präzision vor, die die Daten nicht hergeben. Schon kleine Änderungen der Stichprobe verschieben die Markowitz-Lösung oft drastisch – der Optimierer setzt seine Gewichte gerade dort hin, wo die geschätzten Renditen und Kovarianzen am stärksten überzogen sind (“error maximization”, Michaud 1989).

Dieses Werkzeug legt ein ehrliches **Streuband** um beide Ausgaben. Es würfelt die Historie per **Block-Bootstrap** viele Male neu und ruft die *vorhandenen* Optimizer-Funktionen auf jedem Resample erneut auf. Aus der Verteilung der Ergebnisse entstehen Perzentilbänder (p5/Median/p95) – für jedes Gewicht und für jede Rendite-Position der Frontier.

Mathematischer Hintergrund

Block-Bootstrap der Historie

Seien $r_{i,t}$ die Tagesrenditen der k Assets. Statt einzelne Tage zu ziehen (was Autokorrelation und Drawdown-Cluster zerstört), werden zusammenhängende Blöcke der Länge $L = 21$ Handelstagen (≈ 1 Monat) *mit Zurücklegen* gezogen, bis die Originallänge n erreicht ist:

$$\text{Resample } b : \mathbf{r}^{(b)} = [\text{Block}_{s_1}, \text{Block}_{s_2}, \dots], \quad s_j \sim \mathcal{U}\{0, \dots, n - L\}, \quad |\mathbf{r}^{(b)}| = n.$$

Aus $\mathbf{r}^{(b)}$ wird ein synthetischer Kurs-Frame $P_t^{(b)} = \prod_{s \leq t} (1 + r_s^{(b)})$ rekonstruiert, den die bestehenden Optimizer unverändert verarbeiten. So bleibt die Optimierungslogik einzige Wahrheitsquelle – dieses Modul *resampled und ruft auf*, es rechnet nicht selbst neu.

Konfidenzband der Gewichte

Für jedes Resample $b = 1, \dots, B$ wird die gewählte Methode (Maximum Sharpe, Minimum Variance oder Risk Parity) gelöst und liefert Gewichte $w_i^{(b)}$. Nicht konvergierte Läufe werden verworfen. Je Asset ergibt sich daraus eine empirische Verteilung, aus der die Perzentile gebildet werden:

$$\hat{w}_i^{p5} = Q_{0,05}(w_i^{(1)}, \dots, w_i^{(B)}), \quad \hat{w}_i^{p95} = Q_{0,95}(\cdot), \quad \hat{w}_i^{\text{med}} = Q_{0,50}(\cdot).$$

Analog werden erwartete Rendite, Volatilität und Sharpe der jeweils optimalen Lösung gebändert. Eine **breite** p5–p95-Spanne heißt: die exakte Gewichtswahl ist statistisch kaum belastbar.

Resampled Frontier (Michaud)

Auf jedem Resample wird die komplette Frontier an m Zielrenditen gerechnet. Über die Resamples hinweg wird je *Rangposition* k (vom Minimum-Varianz-Punkt bis zur Maximalrendite) das Band der Volatilität gebildet:

$$\text{Band}_k = \left[Q_{0,05}(\sigma_k^{(b)}), Q_{0,95}(\sigma_k^{(b)}) \right], \quad \bar{\sigma}_k = \frac{1}{B} \sum_b \sigma_k^{(b)}.$$

$\bar{\sigma}_k$ ist die gemittelte (“resampled”) Frontier; das schattierte Band zeigt die Schätzunsicherheit. Zum Vergleich wird die Punktschätzer-Frontier aus dem einen echten Kursverlauf als gestrichelte Linie überlagert.

Rechenbeispiel

Ein Vier-Asset-Portfolio liefert als Punktschätzer das Maximum-Sharpe-Gewicht $w_{\text{Gold}} = 33\%$. Der Bootstrap über $B = 200$ Pfade zeigt jedoch eine Spanne von $w_{\text{Gold}}^{p5} = 0\%$ bis $w_{\text{Gold}}^{p95} = 68\%$ bei Median 29%. Der exakte Punktwert ist also kaum aussagekräftig – mit fast gleicher Berechtigung hätte der Optimierer Gold ganz weggelassen oder zu zwei Dritteln gesetzt. Erst das Band macht diese Unsicherheit sichtbar, die ein einzelner “optimaler” Wert verschweigt.

Stärken & Schwächen

Stärken: macht die berüchtigte Instabilität der Mean-Variance-Optimierung (“error maximization”) unmittelbar sichtbar; nutzt ausschließlich die bereits geprüften Optimizer-Funktionen (keine zweite, abweichende Implementierung); der Block-Bootstrap erhält Autokorrelation und Krisencluster; die resampled Frontier (Michaud) ist eine etablierte, robustere Alternative zur Punktschätzer-Frontier.

Schwächen: der Bootstrap zieht aus der *vorhandenen* Historie – er kann keine Risiken erzeugen, die nie vorkamen, und unterschätzt echte Strukturbrüche; die Resamples sind nicht unabhängig, sondern teilen sich denselben Datenpool; Perzentilbänder brauchen genügend Historie (≥ 3 Blöcke); die Rang-Zuordnung entlang der Frontier ist eine pragmatische Normierung. Simulierte Demo-Reihen (x-Ticker) zeigen engere Bänder, als echte Märkte rechtfertigen würden – der volle Effekt wird mit echten Kursen sichtbar.

Keine Anlageberatung. Dieses Dokument beschreibt ausschliesslich die Rechenmethode des Werkzeugs zu Bildungs- und Informationszwecken. Es stellt keine Anlage-, Steuer- oder Rechtsberatung dar, keine Empfehlung und keine Geeignetheitsprüfung. Backtests beruhen auf Vergangenheitsdaten; vergangene Wertentwicklung ist kein verlässlicher Indikator für die Zukunft.